Lycée Majida Boulila Sfax Durée 2H Date 8/11/2014	Devoir contrôle n°1 Bac sciences 3	Mr Jarraya Maher

Exercice n°1(3pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

1) z un nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{2\pi}{3}$

a) z est une racine $4^{ième}$ de l'unité. b) $Re(z^{10})=-2^9$ c) $\arg(z^2)\equiv\frac{4\pi}{3}[2\pi]$

2) Soit A et B deux points tels que : $\frac{z_A}{z_B}=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ alors :

a) O, A et B non alignés. b) OAB rectangle en O c) OAB équilatéral.

3) Soit g la fonction tel que pour x<0 : $x+\frac{1}{x}\le g(x)-x\le x-\frac{1}{x}$, et Cg sa courbe représentative dans un repère orthonormé alors :

a) $\lim\limits_{-\infty} g(x)=+\infty$ b) $\lim\limits_{-\infty}\frac{g(x)}{x}=0$ c) Cg admet une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$

Exercice n°2(4pts)

Soient les nombres complexes suivants $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$, $z_2=1-i$ et $Z=\frac{z_1}{z_2}$

1) Ecrire z_1 , z_2 et Z sous forme trigonométrie
2) Ecrire Z sous forme algébrique
3) En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$
4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$
5) a) Pour n un entier naturel non nul donner la forme trigonométrique Z^n
   b) Trouver le plus petit entier n non nul pour que Z^n soit réel .

Exercice n°3(5pts)

1°) a)Calculer $(1+2i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, 1'équation d'inconnue z suivants. $z^2+i\sqrt{3}\,z-i=0$.

2°) Soit θ un réel de 1'intervalle $[0,\frac{\pi}{2}]$.

On considère 1'équation d'inconnue z : (E_θ) $z^2+(2i\sin\theta)z-2i\cos\theta=0$.

a) Vérifier que $(\cos\theta+i)^2=-\sin^2\theta+2i\cos\theta$.

b) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E_θ).

3°) Dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $z_1=i$, $z_2=\cos\theta+(1-\sin\theta)i$ et $z_3=-\cos\theta-(1+\sin\theta)i$.

a) Ecrire z_2 et z_3 sous forme exponentielle.

b) Déterminer le réel θ de $[0,\frac{\pi}{2}]$ pour que A, B et C soient alignés.

c) Déterminer le réel θ de $[0,\frac{\pi}{2}]$ pour que B et C appartiennent à un cercle de centre O.

Quel est le rayon de ce cercle ?

Exercice n°4 (5pts)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2-2\pi & si\ x\ge 0 \\ \frac{-2\pi x+\sin(x^2)}{x} & si\ x<0 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

1) Etudier la continuité de f en 0.

2) a) Montrer que pour tout $x<0$, on a : $-2\pi+\frac{1}{x}\leq f(x)\leq -2\pi-\frac{1}{x}$.

b) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement ce résultat.

3) Etudier la nature de la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$.

4) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0

5) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et sur $]-\infty,0[$calculer $f'(x)$

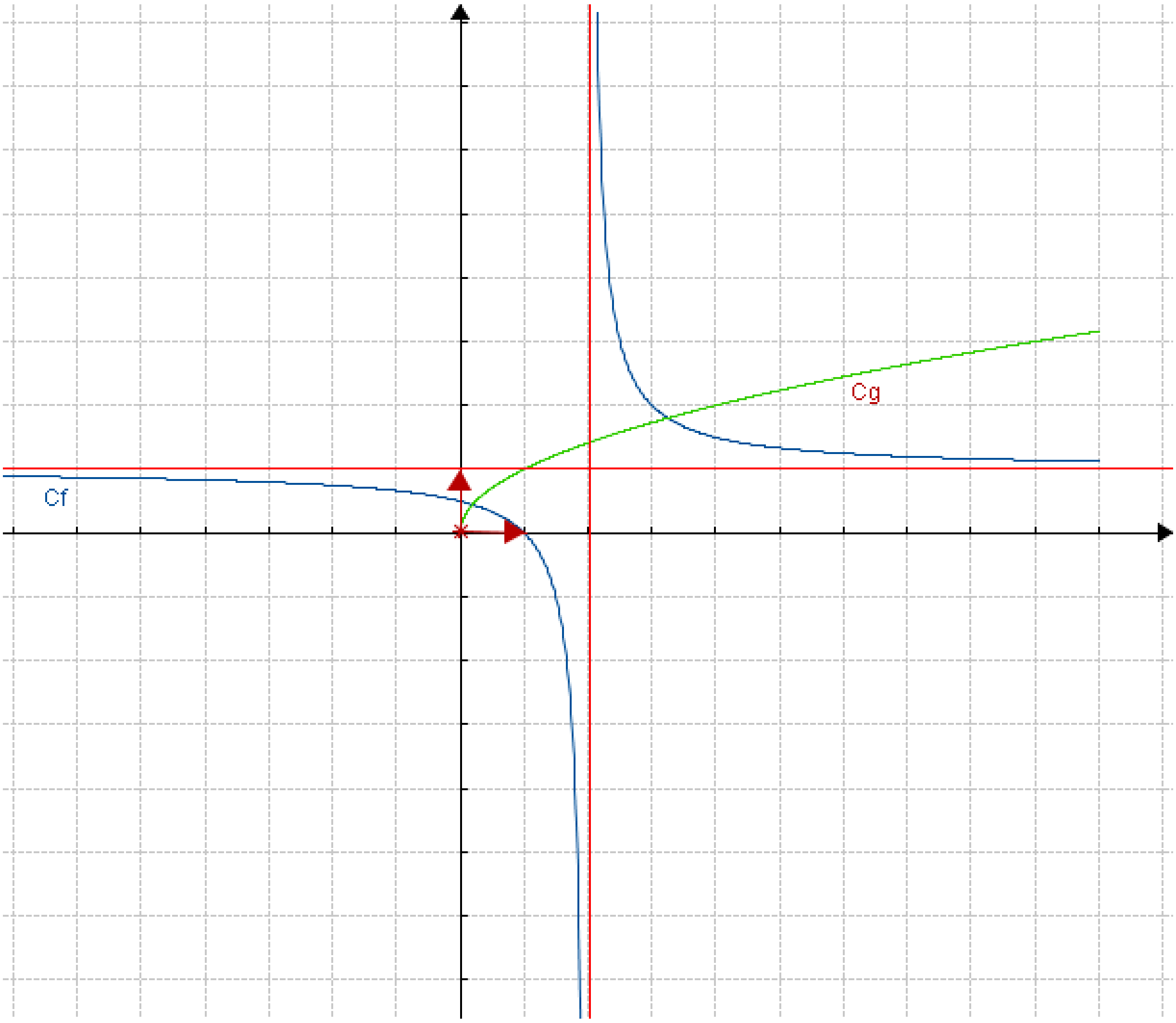
.

6) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α et que $0<\alpha<2$.

Exercice n°5 (3pts)

On donne ci-dessous les courbes de deux fonctions f et g

1. Déterminer le domaine de définition des fonctions f, g et $g\circ f$
2. Déterminer $\lim_{2^+} f$, $\lim_{2^-} f$ $\lim_{+\infty} f$ et $\lim_{-\infty} f$
3. Déterminer $\lim_{+\infty} g(x)$ et $\lim_{+\infty} \frac{g(x)}{x}$
4. Déterminer $\lim_{2^+} g\circ f$, $\lim_{0} g\circ f$ et $\lim_{+\infty} f\circ f$



Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux